

# COMPÉTITION MATHÉMATIQUE du MANITOBA

Pour les étudiants en 12<sup>ème</sup> année  
9:00 AM – 11:00 AM  
Mardi 19 Février 2008

Soutenue par:  
Club des actuaires de Winnipeg  
Association des enseignants de mathématiques du Manitoba  
Société mathématique du Canada  
Université du Manitoba

Répondez à autant de questions que possible. Il n'est pas attendu que vous finissiez tout le devoir. Regardez les deux faces de la feuille. **LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTHORIZÉES.** Des réponses numériques seules, sans explications, ne recevront pas la totalité des points.

---

---

- Résoudre l'équation:  $x + \frac{6}{x+1} = 4$ .
  - Résoudre l'équation:  $x^5 + 36x = 13x^3$ .
- Si 2 et 3 sont racines de  $x^3 + ax^2 + bx + 6 = 0$ , déterminer les nombres réels  $a$  et  $b$ .
  - Dans ce problème,  $A$  et  $B$  sont les deux points auxquels les graphes des équations  $x^2 + y^2 = 8$  et  $y = |x|$  se rencontrent. Quelle est la longueur du segment  $AB$ ?
- Déterminer une équation du cercle passant par l'origine et les points de coordonnées  $(10, 0)$  et  $(0, 8)$ .
  - Déterminer une équation de la tangente au cercle d'équation  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$  au point de coordonnées  $(5, 3)$ .
- Dans ce problème  $c$  et  $d$  sont des nombres réels. Le point du graphe de l'équation  $y = x^2 + cx + d$  qui est le plus proche de l'axe des  $x$  est  $(-2, 5)$ . Déterminer les valeurs de  $c$  et  $d$ .
  - Une voiture  $A$  se déplace vers l'ouest à une vitesse constante de 50 km/h. Une voiture  $B$  se déplace vers l'est à une vitesse constante de 60 km/h. A 1 heure de l'après-midi, la voiture  $A$  est à 40 km directement au nord de la voiture  $B$ . A 2 heures de l'après-midi, quelle est la distance entre les deux voitures (à vol d'oiseau)?

5. Une propriété clôturée a la forme d'un losange, comme dans la figure. La longueur de chaque coté du losange est 20 m. Un chien est attaché, hors de la propriété, à un coté du losange, comme montré dans le diagramme. Si la laisse du chien a une longueur de 30 m, quelle est la superficie que le chien peut couvrir?

6. Une piste de course consiste de deux cotés rectilignes parallèles et de deux demi-cercles aux extrémités (comme dans la figure). Les cotés parallèles font 100 m de long et sont séparés de  $\frac{100}{\pi}$  m. Un coureur Alpha part de la position A, et court dans le sens des aiguilles d'une montre à 2 m/sec. Au même moment, un second coureur Beta, courant à 5 m/sec, entre sur la piste à la position B qui est à 100 m de la position A. Si Beta veut rencontrer Alpha dès que possible, devrait-il courir dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse des aiguilles d'une montre?

7. Pour quelles valeurs de  $x$  est ce que  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x} > 1$  est vrai?

8. Dans ce problème,  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont des nombres réels. Déterminer toutes les valeurs possibles de  $a$  si:

$$a = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|}.$$

9. Démontrer que, si  $a + b + c = 0$ , alors  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ .

10. Dans le diagramme, ABC est un triangle isocèle avec  $AB = AC$ . Démontrer que, si  $LP = PM$ , alors  $LB = CM$ .